Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

**«РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ В.Ф. УТКИНА»**

Направление 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Кафедра «Космические технологии»

**КУРСОВОЙ ПРОЕКТ**

по дисциплине «Программирование и алгоритмические языки»

Тема курсового проекта: «Интерполяция математических функций интерполяционной формулой Ньютона»

Вариант 3

Научный руководитель:

Доцент кафедры КТ

Наумов Д.А.

Выполнила:

Студентка 2 курса группы №848

Елисеева Е.В.

*Рязань, 2019*

**Содержание**

**Введение**

Целью курсового проекта является разработке программной системы для интерполяции математической функции интерполяционным полиномом Ньютона.

Задачами курсового проектирования является:

* изучение метода решения задачи;
* разработка алгоритма и структур данных;
* разработка программы, позволяющей решить задачу интерполирования функции;
* выполнить контрольный расчет в ручном режиме;
* провести тестирование работы программы на контрольном примере;
* выполнить тестирование работы программы на нескольких тестовых примерах;
* разработать документацию к программе.

Пояснительная записка к курсовому проекту состоит из следующих разделов:

* введение;
* описание метода решения задачи;
* разработка структур данных;
* разработка алгоритмов;
* тестирование программы;
* разработка документации;
* заключение;
* библиографический список;
* приложение (листинг программных модулей).

**Описание метода решения задачи**

**1. Интерполяция математических формул**

Задача интерполирования — это задача восстановления функции, которая задана на дискретном множестве точек , i = 0,1,..., n. Для вещественных функций одного аргумента её постановка такова. Задан интервал [a, b] ⊂ R и конечное множество несовпадающих точек ∈ [a, b], i = 0,1,..., n , называемых узлами интерполяции. Совокупность всех узлов — множество {,,...,} — будем называть сеткой. Даны также вещественные числа , i = 0,1,..., n. Требуется построить функцию g(x) от непрерывного аргумента x ∈ [a, b], которая принадлежит заданному классу функций G и в узлах принимает значения , i = 0,1,..., n.

Искомую функцию g(x) называют при этом интерполирующей функцией или интерполянтом. Часто значения , , ..., принимаются в заданных узлах ,,..., некоторой реальной функцией непрерывного аргумента f(x). Как и ранее, требуется построить функцию g(x) от аргумента x ∈ [a, b], которая принадлежит заданному классу функций G и в узлах принимает значения y = f(), i = 0,1,..., n. В этом случае будем говорить, что рассматривается задача интерполяции функции f(x) по узлам ,,...,.  
Практическая значимость задачи интерполяции чрезвычайно велика. Она встречается всюду, где у функции непрерывного аргумента (который может быть временем, пространственной координатой и т.п.) мы имеем возможность наблюдать лишь значения в дискретном множестве точек, но хотим восстановить по ним ход функции на всём множестве значений аргумента.

**2. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона**

Выборка экспериментальных данных представляет собой массив данных, который характеризует процесс изменения измеряемого сигнала в течение заданного времени (либо относительно другой переменной). Для  выполнения теоретического анализа измеряемого сигнала необходимо найти аппроксимирующую функцию, которая свяжет дискретный набор экспериментальных данных с непрерывной функцией - интерполяционным полиномом n-степени. Данный интерполяционный полином n-степени может быть записан, например, в форме Ньютона (один из способов представления).

**Интерполяционный многочлен в форме Ньютона**– это математическая функция позволяющая записать полином n-степени, который будет соединять все заданные точки из набора значений, полученных опытным путём или методом случайной выборки с постоянным/переменным временным шагом измерений.

**2.1. Интерполяционная формула Ньютона для не равноотстоящих значений аргумента.**

Обозначим через (x) интерполяционный полином степени k, построенный по узлам , , ..., . В частности, (x) = = f() — интерполяционный полином нулевой степени, построенный по одному узлу . Тогда очевидно следующее тождество

(x) = (x) +

Замечательность этого представления состоит в том, что при добавлении или удалении последних по номеру узлов интерполяции перестройке должны подвергнуться лишь те последние слагаемые суммы из правой части уравнения, которые вовлекает эти изменяемые узлы. Первые слагаемые зависят только от первых узлов интерполяции и останутся неизменными. Таким образом, стоящая перед нами задача окажется решённой, если будут найдены удобные и просто выписываемые выражения для разностей (x) − −1(x). Заметим, что разность (x) − − 1(x) есть полином степени k, который обращается в нуль в узлах , , ..., , общих для (x) и (x), где эти полиномы должны принимать одинаковые значения, , ...,. Поэтому должно быть

(x) − − 1(x) = (x - )(x - )…(x − )

с некоторой константой .

Окончательное представление интерполяционного полинома Ньютона:

(x) = + (, )^ (x − ,) + (, , )^ (x − ,)(x − ,) + ... + (, , ... , )^ (x − )(x − )…(x − ).

Для задачи интерполирования заданной функции f аналогичное выражение для интерполяционного полинома имеет вид

(x)= f() + f^(, )(x − ) + f^(, )(x − )(x − ) + ... + f^(, , ..., )(x − )(x − )...(x − ).

В правой части неравенства стоит интерполяционный полином Ньютона.

**2.2. Интерполяционная формула Ньютона для равноотстоящих значений аргумента.**

Важнейший частный случай интерполирования относится к равномерному расположению узлов, когда величина = − , называемая шагом сетки {,,..., }, постоянна и не зависит от i, т.е. = h = const. Тогда вычисление разделённых разностей решительно упрощается, сводясь к оперированию с так называемыми конечными разностями. По определению конечной разностью (иногда добавляют — первого порядка) от функции f в точке x называется величина ∆y = ∆f(x) = f(x + h) − f(x).

Индукцией по порядку разделённых и конечных разностей не трудно показать, что они связаны друг с другом соотношением

f^(, , ... , ) = , k = 1, 2, ...

Как следствие, интерполяционный полином Ньютона для равномерно расположенных узлов принимает вид:

(x) = f() + (x − ) + (x − )(x − ) + (x − )(x − )...(x − ).

**Разработка структур данных**